数　学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの設問について問題文の $\boxed{}$ にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。なお解答が分数になる場合はすべて既約分数で答えること。

Ⅰ

〔1〕 θ についての方程式

$\sin^3\theta - \cos\theta\sin^2\theta - \cos\theta\sin\theta - \cos\theta = 1$ $(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ は，

$$\left(\sin\theta - \boxed{ア} - 1\right)\left(\sin^2\theta + \boxed{イ} + \boxed{ウ}\right) = 0$$

と変形できるので，解を求めると，$\theta = \boxed{エ}$，$\boxed{オ}$ である。ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ に入る項はそれぞれ１つとし，$\boxed{エ} < \boxed{オ}$ とする。

〔2〕 実数 x，y が不等式 $x^2 + y^2 \leqq 4$ を満たすとき，$Z = 2x + 3y$ の最大値は $\boxed{カ}$ であり，そのときの x の値は $\boxed{キ}$，y の値は $\boxed{ク}$ である。

また，$W = 3x^2 + y$ の最大値は $\boxed{ケ}$ であり，最小値は $\boxed{コ}$ である。

〔3〕 △ABC において，AB = 3，BC = 5，CA = 4 とする。△ABC の内接円の半径を r とすると，$r = \boxed{サ}$ であり，外接円の半径を R とすると，$R = \boxed{シ}$ となる。

また，内心と外心の距離は $\boxed{ス}$ であり，内心と垂心の距離は $\boxed{セ}$ となる。

この内心，外心，垂心の３点を頂点とする三角形の面積は，$\boxed{ソ}$ となる。

Ⅱ　曲線 C：$y = x^3 + x^2 - 2x$ と直線 L：$y = px + q$ について，次の問いに答えよ。ただし，p，q は実数とする。

〔1〕 $p = 1$，$q = -1$ のとき，曲線 C と直線 L の共有点は3個存在し，その x 座標の値は $\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ である。
ただし，$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}} < \boxed{\text{ウ}}$ とする。

〔2〕 $q = 0$ のとき，

（a） 曲線 C と直線 L が接する場合，p の値は $\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ となる。
ただし，$\boxed{\text{エ}} < \boxed{\text{オ}}$ とする。

（b） 曲線 C と直線 L の共有点が1個しか存在しないための条件は，p を用いて表すと，$\boxed{\text{カ}}$ となる。

〔3〕 $p = -1$ のとき，

（a） 曲線 C と直線 L が接する場合，q の値は $\boxed{\text{キ}}$，$\boxed{\text{ク}}$ となる。
ただし，$\boxed{\text{キ}} > \boxed{\text{ク}}$ とする。

（b） q の値が $\boxed{\text{キ}}$ の場合，曲線 C と直線 L で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{ケ}}$ となる。

（c） q の値が $\boxed{\text{ク}}$ の場合，曲線 C と直線 L で囲まれた部分の面積は $\boxed{\text{コ}}$ となる。

Ⅲ　座標空間において，4点O(0，0，0)，A(3，0，0)，B(1，2，0)，C(0，−1，3)がある。このとき，次の問いに答えよ。

線分ABを3：1に外分する点をDとすると，点Dの座標は，

$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}},\ \boxed{\text{ウ}}\right)$となる。

次に線分CDをs：$(1-s)$に内分する点をEとすると，点Eの座標は，sを用いて$\left(\boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}}\right)$と表される。

さらに，線分OEをt：$(1-t)$に内分する点をFとすると，直線AFが△OBCと垂直に交わるのは，$s=\boxed{\text{キ}}$，$t=\boxed{\text{ク}}$のときである。

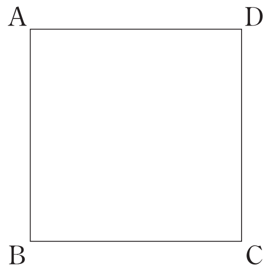
このとき，直線AFと△OBCの交点Pの座標は，

$\left(\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}},\ \boxed{\text{サ}}\right)$となる。

ここで，sin∠BOCの値は$\boxed{\text{シ}}$であるので，△OBCの面積は$\boxed{\text{ス}}$となる。

また，四面体OABCの体積は$\boxed{\text{セ}}$となる。

Ⅳ　X 君と Y 君がグラウンドにいる。そのグラウンドには右図のような正方形 ABCD が描かれている。Y 君の手元には 1 から 7 までの数字が 1 つずつ書かれた 7 枚のカードの入っている箱がある。



ここで次のような試行を考える。

Y 君は，この箱の中から無作為にカードを 1 枚取り出し，X 君にカードに書かれた数字を伝える。X 君はその数字にしたがって以下の規則で行動する。その後，Y 君は，取り出したカードをもとの箱に戻す。

＜規則＞

- 数字が 1 のとき，移動しない。
- 数字が 2，3 のとき，時計回りに隣の頂点に移動する。（例　A→D）
- 数字が 4，5 のとき，反時計回りに隣の頂点に移動する。（例　A→B）
- 数字が 6 のとき，時計回りに辺に沿って対角線上の頂点に移動する。（例　A→D→C）
- 数字が 7 のとき，反時計回りに辺に沿って対角線上の頂点に移動する。（例　A→B→C）

最初 X 君は頂点 A にいる。この試行を n 回繰り返した後，X 君が頂点 A にいる確率を P_n とする。

このとき，次の問いに答えよ。

〔1〕 $P_1 = \boxed{\text{ア}}$，$P_2 = \boxed{\text{イ}}$ である。

〔2〕 この試行を 2 回行った後，X 君が頂点 B にいる確率は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，頂点 C にいる確率は $\boxed{\text{エ}}$ である。したがって，$P_3 = \boxed{\text{オ}}$ である。

〔3〕 $n \geqq 1$ のとき，P_{n+1} を P_n を用いて表すと，関係式 $P_{n+1} = \boxed{\text{カ}}$ が成り立つ。

したがって，$P_n = \boxed{\text{キ}} \left(-\dfrac{1}{7}\right)^n + \boxed{\text{ク}}$ である。