立命館大学ファイナルセミナー 文系数学

出題形式と対策

- 大問３題．空所補充問題が２題，記述問題が１題．空所補充問題の１つは関連のない小問集合．80 分．

- 難易度が特別高いわけではないが，見慣れない式や設定が多い．
例えば，問題Ｉ [1] にある不等式 $(|x|+1)^2+y^2 \leqq 4$ は $x \to -x$ の変換で式が不変なので，x 軸に関して対称だから $x \geqq 0$ で考えれば後は y 軸に対して反転するだけであるが，日頃多少難易度の高めの問題に接していなければこのように処理するのは難しいと思われる．$x \geqq 0$ と $x < 0$ で場合分けしてもできるが，時間が余分にかかってしまうため少し複雑になってくる問題Ⅱで時間が足らなくなる危険が高まる．

- 見慣れない設定の問題の時はあまり細かいことは気にせず (考え過ぎず) 誘導に従う方が良い．
例えば，問題Ⅱの問題文にある式①と式②のそれぞれ一行下にある $P=1801$ と $P=730$ は，与えられている P の範囲 $800 \leqq P \leqq 1600$ を満たしていないが，単なる例であり計算がしやすいものが選ばれているだけで以下の設問にも影響のない箇所なので，気にせず代入すべきである．また，式④は唐突に感じた受験生もいたと思われるが，これは問題文３行目にある (1) の $[a] \leqq a < [a]+1$ を使っているだけなので，エの値を深く考えずに代入するだけで済む．

- センター試験 (おそらく共通テストも) と異なり，同じ数値や式が入る枠も太さ等含め全く変わらない (例えばエの枠が何度も出てくるが，最初の枠も含めて全て同じ) ので，既に出てきたものなのか，これから求めるべきなのかはしっかり確認すべき．

- 単純な具体的計算も含め計算量は多い．誘導で混乱してしまうと時間が足らなくなる．前述したように，気にすべきではない箇所は適切に対処できるようにしよう．
また，空所補充問題の特性として，結果が分かった時点で計算はやめてしまうべきである．例えば，問題Ⅱ最後から９行目に「工場で働くことができる

人の数は A と B の小さいほうの数で決まるものとする」とあるが，X_1，X_2 ともに A と B のどちらが小さいかが少し計算すれば分かるはずである．

- 記述問題も小問で丁寧に誘導しているので，比較的取り組みやすい．見慣れない設定だったとしてもヒントとして具体例を求めさせる (例えば問題Ⅲ [1]) ことも多いので，方針が立たないときはそのような小問の結果から探ってみると分かりやすくなる．

- 対策としては，誘導がなくとも解けるだけの力をつけることが理想だが，残された時間を考えると過去問を解くことを通じて誘導に慣れることが最善と思われる．もちろん基礎学力があってのことなので，苦手分野についてはしっかり補強をすべきである．最低限過去問をしっかり解き，できれば数学の実力アップのための演習も問題集等で行っていこう．

II　次の問いに答えよ。ただし，$\boxed{サ}$ と $\boxed{ス}$ 以外はすべて正の整数で解答すること。なお，解答にあたっては，以下の（1），（2）を用いる。

（1）　a を実数とするとき，a を超えない最大の整数を，記号を用いて $[a]$ と表す。このとき，$[a] \leqq a < [a] + 1$ である。

（2）　$b \geqq 0$，$c \geqq 0$ のとき，$\sqrt{b} \geqq \sqrt{c} \Leftrightarrow b \geqq c$ である。

ある工場の経営者が雇いたい人の数 A（人）と，この工場で働きたい人の数 B（人）は，時給 P（円）によって変化する。ただし，A と B は整数であり，P は $800 \leqq P \leqq 1600$ を満たす整数とする。

A は次の式①で決まることが知られている。

$$A = [\sqrt{20(3081 - P)}] \quad \cdots\cdots ①$$

例えば，時給が $P = 1801$ のとき，この経営者が雇いたい人の数は，式①より $\boxed{ア}$ である。

一方，B は次の式②で決まることが知られている。

$$B = [\sqrt{50(P - 280)}] \quad \cdots\cdots ②$$

例えば，時給が $P = 730$ のとき，この工場で働きたい人の数は，式②より $\boxed{イ}$ である。

この経営者は，雇いたい人の数 A と，工場で働きたい人の数 B が等しくなる時給で人を雇いたいと考えている。

まず，

$$20(3081 - Q) = 50(Q - 280) \quad \cdots\cdots ③$$

を満たす Q を求め，小数第1位を四捨五入すると，その値は $\boxed{ウ}$ となる。$\boxed{ウ}$ の値を時給 P として考えると，$A = B = \boxed{エ}$ となる。

次に，$A = B = \boxed{エ}$ となる P を求める。ただし，P が複数求められる場合は，経営者は最も低い時給を選択するものとする。まず，$A = \boxed{エ}$ であるとき，式①より，次の不等式④が成立する。

$$\left(\boxed{エ}\right)^2 \leqq 20(3081 - P) < \left(\boxed{エ} + 1\right)^2 \quad \cdots\cdots ④$$

この不等式を満たす整数 P のうち，最小のものは $\boxed{オ}$ であり，最大のものは $\boxed{カ}$ である。一方，$B = \boxed{エ}$ であるとき，式②より，次の不等式⑤が成立する。

$$\left(\boxed{エ}\right)^2 \leqq 50(P - 280) < \left(\boxed{エ} + 1\right)^2 \quad \cdots\cdots ⑤$$

この不等式を満たす整数 P のうち，最小のものは $\boxed{キ}$ であり，最大のものは $\boxed{ク}$ である。以上の結果から，経営者が最も低い時給を選ぶと，その値は $\boxed{ケ}$ となる。

ここで，$\boxed{ケ}$ を P_0，$\boxed{エ}$ を X_0 で表し，時給が P_0 から変化したときの工場で働くことができる人の数の変化を考える。ただし，変化後の価格のもとで求められる A と B が異なる場合は，工場で働くことができる人の数は A と B の小さい方の数で決まるものとする。

経営者が時給を381円上げる場合を考える。このときの時給 P_1 は，$P_1 = P_0 + 381$ になるので，この工場で働くことができる人の数 X_1 は $X_1 = \boxed{コ}$ になる。X_0 と X_1 の大小関係について，不等号を用いて表すと $\boxed{サ}$ になる。一方，経営者が時給を152円下げる場合を考える。このときの時給 P_2 は，$P_2 = P_0 - 152$ になるので，この工場で働くことができる人の数 X_2 は $X_2 = \boxed{シ}$ になる。X_0 と X_2 の大小関係について，不等号を用いて表すと $\boxed{ス}$ になる。

III　$a_1=2$，$a_{n+1}=5-\dfrac{4}{a_n}$（$n=1$，2，3，…）によって定められる数列 $\{a_n\}$ に対して，数列 $\{b_n\}$ を，$b_n=a_1\times a_2\times\cdots\times a_n$ で定義する。

〔1〕 b_2，b_3 を求めよ。

〔2〕 b_{n+1} を b_n と b_{n-1} を用いて表せ。ただし，n は2以上の自然数とする。

〔3〕 $c_n=b_{n+1}-b_n$ と定めるとき，数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

〔4〕 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

〔5〕 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。