（第２時限：100分）

2025年度　⑧

数　　学　　問　　題

（理　　　系）

（全６ページ）

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. 解答はすべて解答用紙に記入しなさい。
3. 解答用紙１枚・下書用紙２枚は，この冊子の中に折り込んであります。
4. 試験終了後，問題冊子・下書用紙は持ち帰りなさい。

数　学

次のⅠ，Ⅱ，Ⅲ，Ⅳの設問について問題文の $\boxed{}$ にあてはまる適当なものを，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。なお，分数を記入する際は，既約分数を記入しなさい。

Ⅰ　対数関数 $y = \log x$ は指数関数 $y = \boxed{ア}$ の逆関数である。$f(x) = \log x$, $g(x) = \boxed{ア}$ とおく。$x = c\ (c > 0)$ における $f(x)$ の微分係数は $f'(c) = \boxed{イ}$ であり，曲線 $y = f(x)$ 上の点 $\left(\boxed{ウ},\ 2\right)$ における曲線の接線を表す方程式は $y = \boxed{エ}$ である。

$h(x) = \boxed{エ}$ とおく。関数 $y = h(x)$ の逆関数は $y = \boxed{オ}$ である。直線 $y = \boxed{オ}$ は，曲線 $y = g(x)$ 上の点 $\left(\boxed{カ},\ \boxed{キ}\right)$ における曲線の接線の方程式と一致する。

$a > 1$ として，曲線 $y = f(x)$ と x 軸と直線 $x = a$ で囲まれる図形の面積を S_a とする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸との共有点は $\left(\boxed{ク},\ \boxed{ケ}\right)$ であり，$a = \boxed{コ}$ のとき S_a は $S_a = 2a + 1$ をみたす。

曲線 $y = g(x)$ と直線 $y = \boxed{コ}$ との共有点は $\left(\boxed{サ},\ \boxed{シ}\right)$ であり，

$$\int_0^{\boxed{サ}} \left\{ \boxed{シ} - g(x) \right\} dx = \boxed{ス}$$

となる。ただし，$\boxed{サ}$，$\boxed{シ}$，$\boxed{ス}$ は a を用いずに答えよ。

（このページは空白）

Ⅱ

〔1〕 1から10までの番号をつけた10個のボールをA，B，Cの3つの箱に分ける場合を考える。Aに3個，Bに3個，Cに4個に分ける場合，分け方の総数は $\boxed{\text{ア}}$ 通りである。また，A，B，Cの箱の区別を無くし，ボールを3個，3個，4個に分ける場合，分け方の総数は $\boxed{\text{イ}}$ 通りとなる。

次に，区別の付かないボール10個をA，B，Cの箱に分ける場合を考える。分け方の総数は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りである。ただし，ボールの入っていない箱があってもよい。また，Aに1個以上，Bに2個以上，Cに3個以上とボールを分ける場合，分け方の総数は $\boxed{\text{エ}}$ 通りとなる。

〔2〕 正 N 角形 ($N \geqq 3$) の各頂点を，時計回りに A_0，A_1，…，A_{N-1} とする。

コインは時計回りに各辺を進み頂点を移動する。次の**ルール 1** または**ルール 2** で，1 個のさいころを投げたときの出た目によって移動する辺の数は決まる。続けてさいころを投げる場合は，それまでに進んだ頂点から進むものとする。

(1) **ルール 1**：さいころの出た目が奇数の場合は辺を 1 つ進み，偶数の場合は辺を 2 つ進む。

次の（a），（b），（c）について考える。（a），（b），（c）のそれぞれにおいて，コインは A_0 にある状態から始める。

（a） $N = 8$ のとき，さいころを 3 回投げたあと，コインが A_6 にある確率は $\boxed{\text{オ}}$ である。

（b） $N = 4$ のとき，さいころを 3 回投げたあと，コインが再び A_0 にある確率は $\boxed{\text{カ}}$ である。

（c） $N = 6$ のとき，さいころを 4 回投げたあと，コインが再び A_0 にあった。このとき，1 回目にさいころの 1 の目が出た確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(2) **ルール 2**：さいころで 1 または偶数の目が出た場合は辺を 2 つ進み，それ以外は辺を 1 つ進む。

コインは A_0 にある状態から始める。$N = 4$ のとき，さいころを 8 回投げたあと，コインが A_1 にある確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅲ

〔1〕 数直線上において，点Aは正の方向への移動と負の方向への移動を交互に繰り返し，前回の移動距離の $\frac{1}{2}$ 倍の距離を移動する。この移動を n 回行った後の点Aの位置を $P_n(x_n)$ とする。ただし，点Aは最初は原点にあり，点 P_0 の座標 x_0 は $x_0 = 0$ とする。1回目の移動では，点 P_0 から正の方向に1移動し，点 P_1 の座標 x_1 は $x_1 = 1$ となる。2回目の移動では，点 P_1 から負の方向に前回の移動距離の $\frac{1}{2}$ 倍の距離を移動し，点 P_2 の座標 x_2 は $x_2 = \boxed{ア}$ となる。点 P_3 の座標 x_3 は $x_3 = \boxed{イ}$ となる。この移動を n $(n \geqq 1)$ 回行ったときの点 P_n の座標 x_n は，n を用いて $x_n = \boxed{ウ}$ である。また，$\lim_{n \to \infty} x_n = \boxed{エ}$ である。

〔2〕 円に内接する十四角形があり，その頂点を時計回りに P_0，P_1，P_2，…，P_{13} とする。十四角形の対角線の総数は $\boxed{オ}$ 本である。$\boxed{オ}$ 本の対角線の交点の総数 N を求める。ただし，頂点は交点としては数えず，交点が重なった場合には重複して数える。

まず，頂点 P_0 から出るすべての対角線上にある交点の総数を求める。$2 \leqq n \leqq 12$ に対して，P_0P_n 上にある交点の数を b_n とする。$b_2 = \boxed{カ}$，$b_3 = \boxed{キ}$ となり，b_n は n を用いて $b_n = \boxed{ク}$ となる。$\boxed{ク}$ は，$n = 1$ で0となる。よって，頂点 P_0 から出るすべての対角線上にある交点の総数は $\sum_{n=2}^{12} b_n = \sum_{n=1}^{12} \boxed{ク} = \boxed{ケ}$ となる。したがって，$N = \boxed{コ}$ となる。

Ⅳ　原点をOとする座標空間において，4点A(0，1，1)，B(2，0，1)，C(0，2，3)，D(4，2，2)がある。解答欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{タ}}$ は数値で答えよ。

〔1〕 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \vec{a}$，$\overrightarrow{\mathrm{OC}} = \vec{c}$ とする。直線ABおよび直線CDのベクトル方程式がそれぞれ，

直線AB：$\vec{p} = \vec{a} + s\vec{m}$，　直線CD：$\vec{p} = \vec{c} + t\vec{n}$（$s$，$t$ は媒介変数）

と表されるとき，

$$\vec{m} = \left(\boxed{\text{ア}},\ -1,\ \boxed{\text{イ}}\right),\quad \vec{n} = \left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}},\ -1\right)$$

である。

〔2〕 平面 α を考える。直線ABは平面 α 上にあり，直線CDは平面 α と共有点をもたない。このとき，平面 α 上の点をPとすると，$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ は，$\vec{m}$ と $\vec{n}$ を用いて表される。

これより，2つのベクトルと媒介変数 k_1，k_2 を用いて

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} + k_1\left(-2,\ 1,\ \boxed{\text{オ}}\right) + k_2\left(-4,\ 0,\ \boxed{\text{カ}}\right)$$

と表される。

点Q(1，0，−4)から平面 α に下した垂線と平面との交点をHとする。点Hの座標は，$\left(\boxed{\text{キ}},\ \boxed{\text{ク}},\ \boxed{\text{ケ}}\right)$ であり，線分QHの長さは $\boxed{\text{コ}}$ である。

〔3〕 点R(2，−1，2)を通り，2直線AB，CDとそれぞれ共有点をもつ直線を ℓ とする。直線ABと ℓ との交点の座標は $\left(\boxed{\text{サ}},\ \boxed{\text{シ}},\ \boxed{\text{ス}}\right)$，直線CDと ℓ との交点の座標は $\left(\boxed{\text{セ}},\ \boxed{\text{ソ}},\ \boxed{\text{タ}}\right)$ である。